REALNA ŠTEVILA

Rešite:

$$\frac{6}{x-5} > 0$$
$$\frac{x+4}{x-7} \geq 0$$
$$\frac{2x+4}{x-4} \leq 0$$

$$\frac{x}{x-10} - 1 < 0$$
$$\frac{3x}{x+2} - \frac{1}{2} \geq 0$$
$$\frac{5}{x^2} \geq 1$$

1. $|x+1| + |x-1| = 2.$
2. $\left|2|x| - 5\right| \leq 1.$
3. $|x^2 - x| - |x| < 1.$
4. $\dfrac{|x|}{(x-2)^2} \geq 1.$
5. $|x-1| > |x|.$
6. $|x^2 - 4x - 1| \geq 4.$
7. $\left||x+1| - |x-1|\right| < 1.$
8. $\left|\dfrac{x}{x+4}\right| < 1.$

$7^{4-3x} = 1$

$\left(\frac{3}{8}\right)^{4x+1} = \frac{64}{9}$

$4^{2x+3} : 4^{1+x} = \frac{1}{16}$

$3^{x-1} : 3^{1-x} = \sqrt[5]{3}$

$5^x = 7^x$

$3^{2x-5} - 8^{2x-5} = 0$

$3^{x+2} + 3^x = 90$

$2^{2x-1} + 3 \cdot 2^{2x} - 2^{2x+2} + 1 = 0$

$3 \cdot 4^{x-1} + 4^x = 28$

$\log_2 x - \log_2(3x - 2) = 0$

$\log(2x + 1) - \log x = 0$

$\log_3(x + 4) = \log_3(x - 2) + 2$

$\log(x + 1) + \log(x - 2) = 1$

$\log(x + 1) = \log 2$

$\log_2(3x - 6) - \log_2 5 = \log_2(7x + 3) + \log_2 3$

$\log 3 + \log(x + 1) = \log 12$

$\log(x - 2) + \log(x + 1) = \log(x + 4) + \log(x - 3)$

KOMPLEKSNA ŠTEVILA

Zapis kompleksnega števila: $z = a + ib$

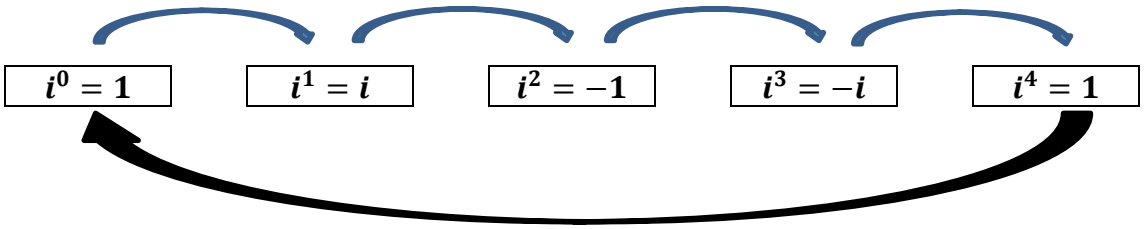
Konjugirana vrednost: $\bar{z} = a - ib$

Realni del: $Re(z) = a$

Imaginarni del: $Im(z) = b$

Absolutna vrednost: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Imaginarna enota: $i = \sqrt{-1}$



1. Za podana kompleksna števila poišči $\mathcal{R}e(z)$, $\mathcal{I}m(z)$, $\overline{z}$, $|z|$.

   (a) $z = 3 + 2i$,

   (b) $z = -3i$,

   (c) $z = \dfrac{1+i}{1-i} + 3 + i$,

   (d) $z = \dfrac{5+10i}{1-2i} + \dfrac{10i}{1+3i}$.

2. Poenostavi izraza

   (a) $z = \dfrac{1}{i} - \dfrac{5i}{2-i} + i^3(1+i)$,

   (b) $w = \left|\dfrac{(2+3i)^2}{1+i}\right| + \left|\dfrac{i^{15}}{i^{10}+2}\right|$.

3. Poišči vsa kompleksna števila, ki zadoščajo

   (a) $\mathcal{R}e(z) + \mathcal{I}m(\overline{z}) = 0,$
   (b) $\mathcal{R}e(z) + \mathcal{I}m(z) = 1,$
   (c) $iz + z\overline{z} = \frac{3}{4} - i,$
   (d) $|z - (3 + 4i)| = 2,$

ZAPOREDJA

V nalogah od 1. do 5. preverite monotonost zaporedja ter določite spodnjo in zgornjo mejo, če obstajata. Poiščite stekališča in določite, ali je zaporedje konvergentno. Če je, ugotovite, od katerega člena naprej se členi od limite razlikujejo za manj kot 0.01.

1. $a_n = 3n^2.$
2. $a_n = \dfrac{n+1}{2n-3}$
3. $a_n = n^{(-1)^n}$
4. $a_n = \dfrac{n\left(1 + (-1)^n\right) + 1}{n+1}.$
5. $a_n = \sin\left(\dfrac{n\pi}{2}\right) + \dfrac{1}{n}.$

6. Za kakšen x je dano končno zaporedje geometrijsko?
   a. $x, x+5, x+15$
   b. $x+1, 2x, 3x$
   c. $2x-30, x+25, x-5$

7. V aritmetičnem zaporedju z diferenco 3 je vsota petega in osmega člena 23. Izračunaj vsoto prvih sto členov tega zaporedja. (S_{100} =14350)

8. Poišči vsoto prvih dvajset členov aritmetičnega zaporedja, če je $a7 - a2 = 10$ in $a3 * a5 = 5$. (320, 200)

9. Določi tak x, da bo končno zaporedje $(x+1)/(x-1), 6, (x+15)/(x-2)$ geometrijsko. $(x1 = 3, x2 = 19/35)$

10. Zapiši prve tri člene geometrijskega zaporedja, če je $a1 = \frac{3}{4}$, $a2 * a5 = 18$. $(3/4, 3/2, 3)$

11. Dano je zaporedje s splošnim členom $a_n=1/n$.
    a. Ali je število2/3 člen zaporedja? (ne)
    b. Koliko njegovih členov je večjih od 5/75? (15)
    c. Določite spodnjo in zgornjo mejo zaporedja.
    d. Določite limito zaporedja.
    e. Preverite, da je zaporedje monotono padajoče.

12. Kolikšne obresti dobimo od glavnice 2000 € po 4 letih pri 8% odstotni letni obrestni meri, če je:
    a. obrestovanje navadno (640 €) ali
    b. obrestno obrestni in je pripis obresti letni. (720.98 €)

13. Za naslednja zaporedja določite limito ali dokazi, da ne obstajajo.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n+5}{3-n}.$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n+\sqrt[3]{n}}{\sqrt[3]{n}-2}.$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{3n^2+n-1}}{n+\sqrt{n^2-1}}.$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+1}+\sqrt[6]{2n^4+n^2}}{n+3n^{2/3}}.$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+1}+\sqrt[6]{2n^4+n^2}}{\sqrt{n}+3n^{2/3}}.$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(2n^2+1)^2}{(3n+1)^3(n-5)}.$$

Namig:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$$

$$\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}\right).$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+4n}-\sqrt{n^2-n}}.$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n-2}}{\sqrt{n+3}-\sqrt{n-4}}.$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^{-1}+2n^{-2}+3n^{-3}}{4n^{-1}+5n^{-2}+6n^{-3}}.$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{3n}\right)^{2n+5}.$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{n}.$$

Namig:

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}=e$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^{5n+3}.$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n}.$$

$$\lim_{n\to\infty} n\big(\ln n-\ln(n+1)\big).$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3n^2+2n}{3n^2+1}\right)^{n}.$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{n-1}{n+1}\right)^{(n+1)/(n-1)}.$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+4n}{n^2-n+1}\right)^{n+3}.$$

Namig:

$$\lim_{n\to\infty} a_n=\pm\infty \Longrightarrow \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{a_n}\right)^{a_n}=e$$

$$\lim_{n\to\infty} b_n=0 \Longrightarrow \lim_{n\to\infty}(1+b_n)^{1/b_n}=e$$