

VAJA 3 – POGOJNA VERJETNOST IN VERJETNOST PRODUKTA

Pogojna verjetnost: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$

Verjetnost produkta: $P(AB) = P(B)P(A|B)$

1. Za dogodka A in B iz nekega poskusa ja $P(A)=3/8$, $P(B)=5/8$, $P(A \cdot B)=1/4$. Izračunajte pogojni verjetnosti $P(A/B)$ in $P(B/A)$.
2. V Neki skupini ima 20% študentov negativno oceno iz matematike, 10% negativno oceno iz tujega jezika, pri tem pa je 5% takih, da spadajo v obe množici hkrati, Na slepo izberemo enega študenta. Izračunajte verjetnosti dogodkov:
 - a. izbrani študent ima vsaj eno negativno oceno;
 - b. študent ima negativno oceno iz matematike, če ima negativno oceno iz tujega jezika.
3. V prvi posodi imamo 5 belih in 3 rdeče kroglo, v drugi pa 3 bele in 2 rdeči. Iz vsake posode na slepo izberemo po eno kroglo. Izračunajte verjetnosti naslednjih dogodkov:
 - a. da sta obe krogli beli;
 - b. da je ena krogla bela, ena pa rdeča;
 - c. da smo izvlekli rdečo kroglo iz prve posode, če vemo, da je bila ena od izvlečenih krogel bela, ena pa rdeča.
4. Naj bodo A, B in C neodvisni dogodki iz nekega poskusa, $P(A)=1/2$, $P(B)=1/3$, $P(C)=2/3$. Izračunajte verjetnosti dogodkov $A \cap B$; $A \cup B$ in $A \cap \bar{B} \cap \bar{C}$.
5. Petdesetkrat ustrelimo proti tarči, verjetnost zadetka pri posameznem strelu je $P(Z)=0,08$ in se ne spreminja. Kolikšna je verjetnost dogodka A, da je pri teh 50 strelih tarča vsaj enkrat zadeta?
6. Proti tarči po enkrat ustrelijo trije strelci, ki zadevajo z verjetnostmi 0,4; 0,5 oziroma 0,7. Izračunajte verjetnosti dogodkov A - tarča je natanko enkrat zadeta; B - tarča je zadeta vsaj enkrat.
7. Kolikšna je verjetnost, da je pri sočasnem metu dveh poštenih igralnih kock padla vsaj ena trojka, če vemo, da je bila vsota pik na obeh kockah 6?
8. Izdelke istega tipa izdelujeta dve tovarni, prva 60% in druga 40% od celotne proizvodnje. Med izdelki prve tovarne je 60 % prve kvalitete in 40% druge kvalitete; med izdelki druge tovarne je prvovrstnih izdelkov 80%, ostali so druge kvalitete. Iz celotne proizvodnje na slepo izberemo en izdelek. Naj bo A dogodek, da je bil ta izdelek narejen v prvi tovarni, B pa dogodek, da je prve kvalitete. Izračunaj verjetnosti dogodkov: $A \cap B$; $A \cup B$; $\bar{A}$; $\bar{B}$; $A \cap \bar{B}$; $A \cup \bar{B}$; A/B ; B/A ; $A/\bar{B}$; $\bar{B}/A$.
9. Izmed števil 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 in 9 na slepo izberemo dve števili. Izračunajte verjetnost dogodka A, da sta obe števili lihi, če je njuna vsota sodo število!

10. Sočasno vržemo dve pošteni igralni kocki. Izračunajte verjetnosti dogodkov:
- A - vsota pik je natanko osem, pri pogoju, da je več kot pet;
 - B - vsota pik je vsaj osem, pri pogoju, da je več kot pet;
 - C - vsota pik je deljiva s tri, pri pogoju, da je deljiva z dve;
 - D - razlika pik je vsaj 2, pri pogoju, da je vsota pik večja od šest.
11. Dva strelca, ki zadevata z verjetnostjo 0,8 (prvi) oziroma 0,6 (drugi), po enkrat ustrelita proti tarči. Izračunajte verjetnosti dogodkov:
- da tarča ni bila zadeta, pri pogoju, da je bila zadeta kvečjemu enkrat;
 - da je bila tarča zadeta natanko dvakrat, pri pogoju, da je prvi strelec tarčo zadel;
 - da je bila tarča zadeta kvečjemu enkrat, pri pogoju, da je drugi strelec tarčo zadel!

DVOFAZNI POSKUSI

Formula za popolno verjetnost: $P(A) = \sum_{i=0}^n P(H_i)P(A|H_i)$

Bayesova formula: $P(H_i|A) = \frac{P(H_i)P(A|H_i)}{P(A)}$

12. Imamo tri enake posode. V prvi imamo 2 črni in 1 belo kroglico, v drugi 3 bele in 2 črni, v tretji 1 belo in 3 črne. Vržemo kocko; če padejo 1, 2 ali 3 pike, izberemo prvo posodo, če padejo 4 ali 5 pik, se odločimo za drugo posodo, pri padcu šestice izberemo tretjo posodo. Iz izbrane posode na slepo izberemo eno kroglico. Izračunajte verjetnost dogodka A, da je ta kroglica bela!
13. Imamo iste posode kot v prejšnji nalogi, vendar posodo, v katero bomo segli, izberemo na slepo. Kolikšna je verjetnost dogodka B, da je izvlečena kroglica črna?
14. Na izpit iz Verjetnosti in statistike je prišlo 50 študentov, od katerih jih je 38 preštudiralo verjetnostni račun; iz katerega je na izpitu ena naloga. Verjetnost, da jo reši tisti, ki je študiral verjetnostni račun, je 0,90; da se posreči onemu, ki ni študiral, pa znaša verjetnost 0,15.
- Kolikšna je verjetnost dogodka A, da slučajno izbrani študent pravilno reši nalogo iz verjetnostnega računa?
 - Na slepo izbrani študent je uspešno rešil nalogo. Kolikšna je verjetnost, da mu je to uspelo brez študija verjetnostnega računa?
15. V posodo, kjer smo imeli 6 belih in 4 črne kroglice, nam je padla še ena kroglica, za katero ne vemo, ali je bela ali črna. Iz posode na slepo izvlečemo dve kroglici in ugotovimo, da sta obe beli. Kolikšna je verjetnost, da je bila bela tudi kroglica, ki je padla v posodo?
16. Gostota prometa iz kraja X v kraj Y je 50 vozil/minuto, iz kraja Y v kraj X pa 60 vozil/minuto. Med krajema X in Y je odcep proti kraju Z. Vozila iz smeri X zavijajo proti Z z verjetnostjo 0,3, vozila iz smeri Y pa zavijajo proti Z z verjetnostjo 0,2. Kolikšna je verjetnost, da je vozilo v kraju Z prišlo iz Y?