

VAJA 5 – ZVEZNE SLUČAJNE SPREMENLJIVKE IN NJIHOVE ŠTEVILSKKE KARAKTERISTIKE

NORMALNO PORAZDELJENA ZVEZNA SLUČAJNA SPREMENLJIVKA X :
 $N(\mu, \sigma)$

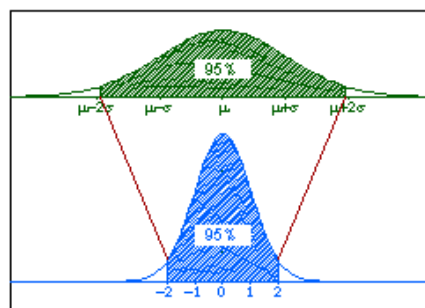
$E(X) = \mu$ - matematično upanje

$\sqrt{D(X)} = \sqrt{\text{var}(X)} = \sigma$ - standardni odklon

$$\text{var}(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

Standardizacija normalne slučajne spremenljivke:

$$X : N(\mu, \sigma) \Rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} : N(0, 1)$$



Vir: <http://cartan.cas.suffolk.edu/~jiang/Elementary Prob&Stat/Key Points of the Materials/Znormal.gif>

Verjetnost, da zavzame slučajna spremenljivka X vrednosti na intervalu (x_1, x_2)

$$\text{zapišemo: } P(x_1 < X < x_2) = P\left(\underbrace{\frac{x_1 - \mu}{\sigma}}_{z_1} < \underbrace{\frac{X - \mu}{\sigma}}_Z < \underbrace{\frac{x_2 - \mu}{\sigma}}_{z_2}\right)$$

S pomočjo tabele normalne porazdelitve verjetnost lahko tudi izračunamo.

Za vsako normalno porazdelitev velja, da leži na intervalih:

$(E(X) - \sigma, E(X) + \sigma)$ 68,3% populacije

$(E(X) - 2\sigma, E(X) + 2\sigma)$ 95,5% populacije

$(E(X) - 3\sigma, E(X) + 3\sigma)$ 99, % populacije.

1. Izračunajte:
 - a. $P(Z > -2,34) \cong 0,9904$
 - b. $P(-1 < Z < 1) \cong 0,6826$
 - c. $P(-2 < Z < 2) =$
 - d. $P(-1,96 < Z < 3) =$
 - e. $P(-3 < Z < 3) =$
 - f. $P(Z > 1,96) =$
 - g. Poiščite z , da bo $P(Z \geq z) = 0,25$
 - h. Poiščite z , da bo $P(Z \leq z) = 0,25$
2. Telesna višina populacije je porazdeljena normalno $N(172; 6)$. Kolikšen delež populacije ima telesno višino med 166 in 178 centimetri?
3. Prevmemo, da se pošiljka jabolk po teži sadežev porazdeli normalno s srednjo težo 10 dag in standardnim odklonom 2 dag.
 - a. Kolikšna je verjetnost, da bo naključno izbrano jabolko težje od 13 dag?
 - b. V katerih mejah je 90,45 % vseh jabolk?
 - c. Koliko mora biti težko jabolko, da bo spadalo v 2% najtežjih?
4. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena po zakonu $N(1,5; 0,2)$. Kolikšna je verjetnost, da X zavzame vrednosti med 1 in 1.5?
5. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena normalno $N(9, 5)$. Izračunajte $P(X < 0)$.
6. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena po zakonu $N(\mu, \sigma)$ z neznanima parametroma μ in σ . Zanje imamo slučajni vzorec:

3,2	3,0	3,4	3,1	3,1	3,0	3,3	2,9	3,2	2,9
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Izračunajte $P(X > 3)$ in $P(X < 2,95)$ in določite za katero vrednost a slučajne spremenljivke X je $P(X > a) = 0,55$.

7. Predpostavljamo, da je število vozil po urah na obalni cesti Koper – Izola normalno porazdeljen z matematičnim upanjem 100 in standardnim odklonom 15.
 - a. Določi verjetnost, da je število vozil na cesti večje od 135 vozil na uro.
 - b. Kolikšno je število vozil v 10 odstotkov ur z najbolj gostim prometom?
8. Teže 150 palet naj bodo normalno porazdeljene z aritmetično sredino 62,6 kg in standardnim odklonom 8,7 kg. Koliko palet ima težo:
 - a. med 70 in 75 kg,
 - b. večjo od 90 kg,
 - c. manjšo od 50 kg?
9. Denimo, da se ocene izpita Verjetnost in statistika porazdeljujejo normalno z aritmetično sredino 6 in standardnim odklonom 2.
 - a. Kolikšna je verjetnost, da boste ocenjeni z več kot 5?
 - b. Katero oceno ima 10% najboljših (najslabših) študentov?

10. V tabeli je prikazan uspeh pri nekem predmetu v obdobju 2007-2011.

2010-2011 skupno točke (v %)	2009-2010 skupno točke (v %)	2008-2009 skupno točke (v %)	2007-2008 skupno točke (v %)
21.5	13	40	47
17	70	22	8.5
58	27.5	31	0
3	31.5	63	27
30.5	13	20	60.5
11	21	22	33
15.5	6	4	29.5
3.5	5.5	0	58
21.5	3	46	52.5
16.5	4	54	85
26	5	0	31.5
5	67	25	74
14.5	2	44	39
12.5	63	7	30
33.5	9.5	85	46
38	85	26	12.5
39.5	23	26	24.5
73.5	0	4	1
65	28	10	22
3.5	60	66	41.5
54.5	12.5	8	57.5
2	13	26	10.5
1	26		42.5
13.5	13		15.5
31.5	11		47
19.5	26		0
1	9.5		33
16	11.5		63.5
28	7		12.5
13.5	12		38
3	5		63
27.5	35		100
16	35		7
44	2		19
1	17.5		23.5
1	50		4
11	12		42
2	51		16
1	16		58.5
1	9		9
	56.5		11

			57.5
			33
			54.5
			36.5
			81
			40
			34
			61.5
			75
			66.5
			61
			37.5
			51.5
			86.5
			50.5
			24
			54

Predpostavimo, da se ocene porazdeljujejo normalno.

- Za vsako leto določite matematično upanje, standardni odklon in število podatkov.
- Za vsako leto določite verjetnost, da bo kandidat dosegel vsaj 40%, 50% ali 80% točk. (delež kandidatov)
- Za vsako leto določite verjetnost, da bo rezultat med 45% in 55%.
- Katero oceno dosežejo 20% najboljših in 10% najslabših kandidatov?

Namig: Razpredelnico s podatki kopirajte v Excelu, kjer lahko uporabite naslednje ukaze:

AVERAGE ()	Matematično upanje
STDEVP ()	Standardni odklon
NORMDIST(»Vrednost«; »Aritmetična sredina«; »Standardni odklon«; TRUE)	Funkcija kumulativne porazdelitve (Porazdelitvena funkcija)
NORMDIST(»Vrednost«; »Aritmetična sredina«; »Standardni odklon«; FALSE)	Funkcija masne verjetnosti (Gostota)
NORMINV(»Verjetnost«; »Aritmetična sredina«; »Standardni odklon«)	Določi vrednost kateri pripada verjetnost (Porazdelitvena funkcija)